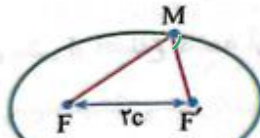
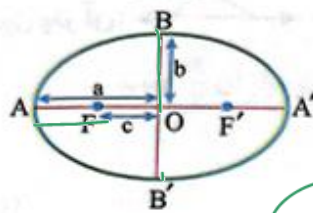


تعریف: مجموعه نقاطی از صفحات است که از دو نقطه ثابت، مقداری ثابت دارند.



طول نخ:  $MF + MF' = L = 2a$   
کشیدن بیضی با نخ  
فاصله دو میخ:  $FF' = 2c$



فاصله دو رأس کانونی:  $AA' = 2a$  (همان طول قطر بزرگ)

فاصله دو رأس غیرکانونی:  $BB' = 2b$  (همان طول قطر کوچک)

فاصله دو کانون:  $FF' = 2c$  (فاصله کانونی)

رابطه بین پارامترهای  $a$ ,  $b$  و  $c$ :  $a^2 = b^2 + c^2$

$$e = \frac{c}{a}$$


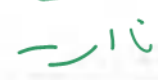






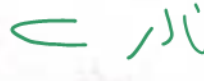


خروج از مرکز بیضی

$e$  هر چه به یک نزدیک تر شود، بیضی کشیده تر می شود.

$e$  هر چه به صفر نزدیک تر شود، بیضی به دایره نزدیک تر می شود.

محدوده:  $0 < e < 1$

درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

۱. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول قطر آن، مخروط نام دارد. 
۲. از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن، یک کره حاصل می شود. 
۳. شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه، به صورت مخروط است. 
۴. شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول وتر آن، دو مخروط با قاعده مشترک است. 
۵. سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه مایل با یک مکعب مستطیل می تواند ذوزنقه باشد. 
۶. اگر صفحه  $P$  در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک هذلولی است. 
۷. مجموعه نقاطی از صفحه که مجموع فواصل آن ها از دو نقطه ثابت، برابر مقدار ثابت باشد، بیضی نام دارد. 
۸. هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیک تر خواهد شد. 
۹. فاصله یک کانون تا مرکز بیضی، فاصله کانونی نامیده می شود. 
۱۰. در یک بیضی قائم با مرکز  $O(\alpha, \beta)$ ، مختصات یکی از کانون ها  $F(\alpha, \beta - c)$  است. 
۱۱. در بیضی افقی، رئوس کانونی و کانون ها با مرکز تقارن بیضی هم طول هستند. 

جاهای خالی را با اعداد یا عبارتهای مناسب پر کنید.

۱. شکل حاصل از دوران یک پاره خط، حول پاره خط دیگری که بر آن عمود است، ..... می باشد.

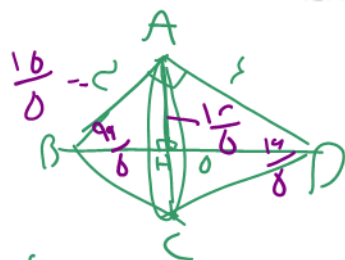
۲. شکل حاصل از دوران یک مربع حول یک ضلع آن، ..... نام دارد.

۳. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن ..... است.

۴. شکل حاصل از دوران یک دایره حول یکی از قطرهای آن، برابر ..... است.



مثلت قائم الزاویه‌ای را با اضلاع ۳، ۴ و ۵ واحد حول وتر دوران می‌دهیم:



دستور ما  
حکم ۱۰

الف) شکل حاصل از دوران را رسم و آن را توصیف کنید.  
ب) حجم شکل حاصل را پیدا کنید.

$$O \times A H = r \times r \rightarrow A H = \frac{12}{5}$$

$$V' = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 \times \frac{9}{5} + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 \times \frac{16}{5}$$

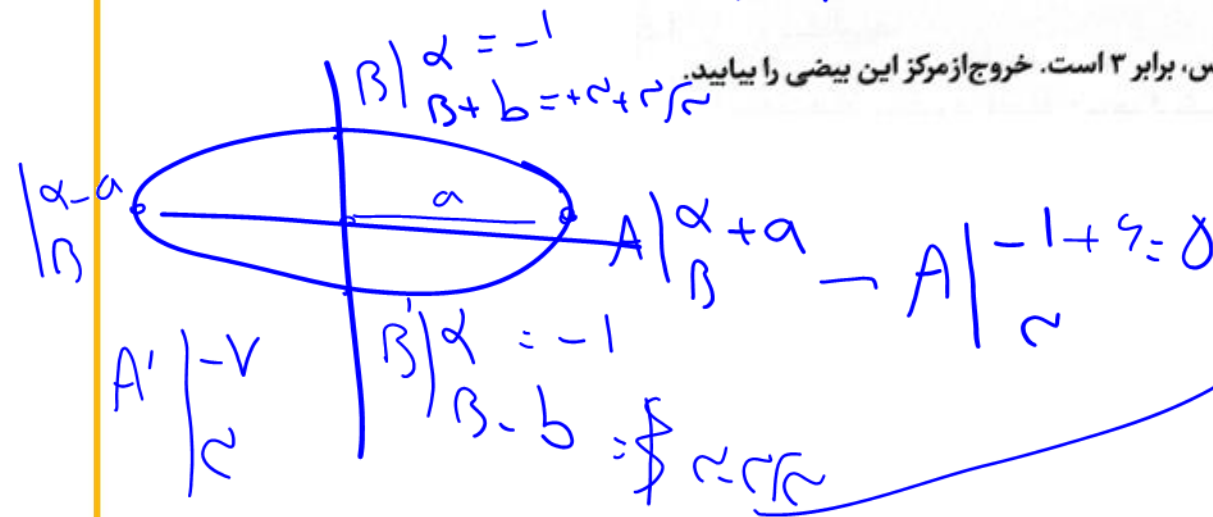


$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \quad \text{یعنی} \quad f f' = 4 - 2c = 4 - 2 = 2$$

$$b^2 = 24 - 9 = 15 \quad b = \sqrt{15}$$

در یک بیضی با کانون‌های  $F(-4, 3)$  و  $F'(2, 3)$  اگر خروج از مرکز  $\frac{1}{2}$  باشد،  
الف) فاصله کانونی، طول قطر بزرگ و طول قطر کوچک را به دست آورید.  
ب) مختصات دو سر قطر بزرگ و دو سر قطر کوچک را پیدا کنید.

در یک بیضی به کانون‌های  $F(2, 4)$  و  $F'(2, 2)$  فاصله کانون تا دورترین رأس، برابر ۳ است. خروج از مرکز این بیضی را بیابید.



$$O \mid -1$$



یعنی فاصله

$$a + c = \sqrt{15} + 2 = 2 + \sqrt{15}$$

$$a - c = 2 - \sqrt{15}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$



$BB' = 2b = 1$   
 $h = r$   
 $a + c = 0 + 2 = 1$   
 $S = \frac{1}{2} \times r \times 1 = 1/2$

اگر طول قطر بزرگ ( $AA'$ ) و قطر کوچک ( $BB'$ ) بیضی مقابل، به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد،  
 الف) مقدار  $A'F$  را به دست آورید. (F کانون بیضی است.)  
 ب) مساحت مثلث هاشور خورده  $BFA'$  چه قدر است؟

با توجه به شکل مقابل: (F کانون بیضی است.)  
 الف) خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.  
 ب) مساحت مثلث  $ABF$  چه قدر است؟

$a = 4$   
 $b = 2$   
 $c^2 = 24 - 9 = 15$   
 $c = \sqrt{15}$

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$S = \frac{1}{2} (a - c) \times b$   
 $\frac{1}{2} (4 - \sqrt{15}) \times 2$

$$r = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$$

### دایره

تعریف: مجموعه نقاطی از صفحه است که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت، مقداری ثابت است

معادله دایره

مرکز دایره:  $O(\alpha, \beta)$

شعاع:  $r$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

مرکز دایره:  $O(\frac{-a}{r}, \frac{-b}{r})$

شعاع:  $r = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$



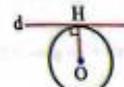
$OA = r$ : نقطه A روی دایره است.



$OA < r$ : نقطه A درون دایره است.



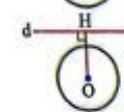
$OA > r$ : نقطه A بیرون دایره است.



$OH = r$ : خط بر دایره مماس است.

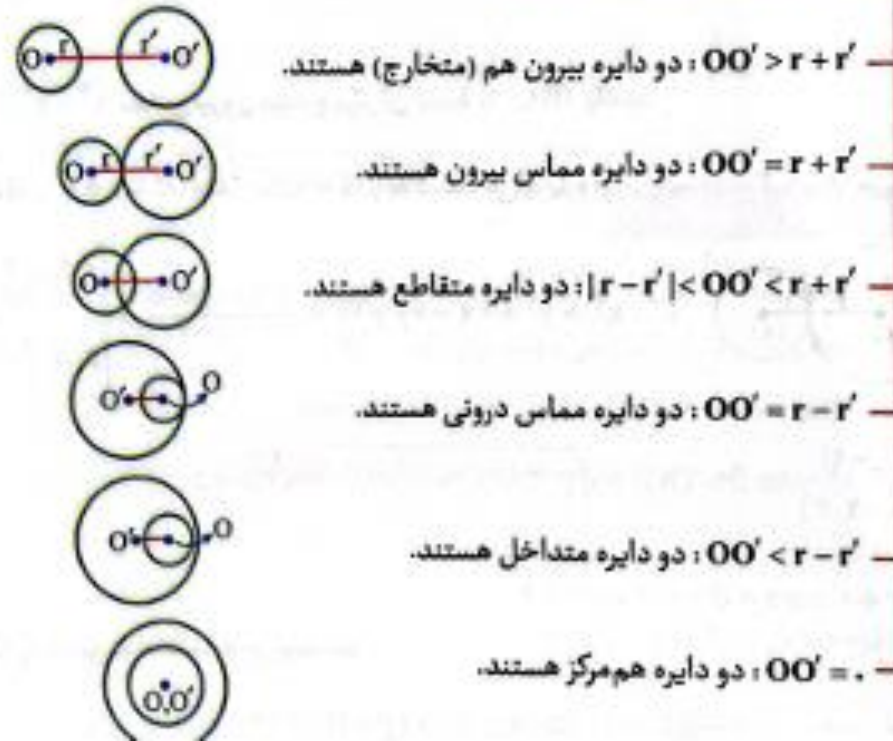


$OH < r$ : خط و دایره متقاطع هستند.



$OH > r$ : خط، دایره را قطع نمی‌کند.

### وضعیت دو دایره نسبت به هم



درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

$$\begin{cases} -\frac{4}{7} = -2 \\ +\frac{6}{7} = 2 \end{cases}$$

مختصات مرکز دایره  $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 1 = 0$ ، نقطه  $O(-4, 6)$  است. نادرست

معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 3 = 0$ ، یک دایره به مرکز  $(1, 0)$  است. درست

نقطه  $(1, 0)$  خارج از دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  قرار دارد. نادرست  
 $1 + 0 - 2 + 0 + 1 = 0$

دایره به معادله  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  محور طول‌ها را در طرفین محور عرض‌ها قطع می‌کند. درست

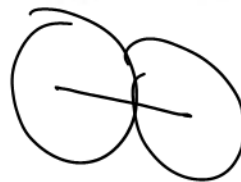
معادله دایره‌ای به شعاع ۱ واحد و مماس بر هر دو محور مختصات در ناحیه دوم، برابر  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  است. درست

اگر دو دایره به شعاع  $r$  و  $r'$  مماس بیرون باشند، آنگاه طول خط‌المركزین آن‌ها  $r + r'$  است. درست

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 1$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$$



جاهای خالی را با اعداد یا عبارت‌های مناسب پر کنید.

در دایره  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ، مرکز به مختصات ..... و شعاع ..... است.

در دایره  $x^2 + (y+1)^2 = 9$ ، شعاع برابر با ..... و مختصات مرکز آن ..... است.

شعاع دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ ، برابر ..... است.

در معادله دایره  $x^2 + y^2 - 6x + 3y + 9 = 0$ ، شعاع دایره برابر است با .....

با توجه به مثبت بودن  $r$ ، معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  معادله یک دایره است، اگر و تنها اگر رابطه ..... برقرار باشد.

پاره خطی که مرکزهای دو دایره را به هم وصل می‌کند، ..... نامیده می‌شود.

اگر طول خط‌المركزین دو دایره، برابر صفر باشد، آن‌گاه دو دایره ..... هستند.

اگر  $d$ ، ده دایره داشته باشیم  $d = r - r'$ ، آن‌گاه دو دایره ..... هستند.

مختصات مرکز و اندازه شعاع هر یک از دایره‌های زیر را پیدا کنید و آن‌ها را در دستگاه مختصات رسم کنید.

ب)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$

مرکز  $\left( \frac{1}{2}, -3 \right)$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1 + 9 - 4} = 2$$

عم  $(x+1)^2 + y^2 = 4$  اندازه ۲

$\begin{matrix} -1 = a \\ 0 = b \end{matrix}$   
مرکز

$R = 2$

نقطه  $A(-1, 0)$  خارج دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0$  قرار دارد. حدود  $m$  را تعیین کنید.

نقطه  $A(3, 1)$  درون دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 4x - 6y + a \leq 0$  قرار دارد. حدود  $a$  را تعیین کنید.

$$1 + 0 + 2 + 0 + m > 0 \Rightarrow m > -3$$



ایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  و دایره دیگری به مرکز  $(-1, 2)$  و شعاع یک را در نظر بگیرید. وضعیت این دو دایره نسبت به هم را مشخص کنید.

$$O_1 \left| -\frac{1}{r} \right.$$

$$R_1 = 1$$

$$O_1 \left| -\frac{1}{r} \right. \quad R = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 16} = 2$$

$$d = O_1 O_2 = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$R_1 + R_2 < d$  متقاطع

وضعیت دو دایره به معادله‌های  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

- معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقطه  $(1, -3)$  بگذرد و مرکز آن  $(2, -1)$  باشد.
- معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط  $(0, 3)$  و  $(-4, -1)$  دو سری یکی از قطرهای آن باشند.
- معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه  $(0, 3)$  و بر خط  $3x - 4y = 3$  مماس باشد.